



蕭欽玉

中央研究院數學研究所副研究員

得獎著作：

- ✿ Hsiao, Chin-Yu*, George Marinescu, 2014, "Asymptotics of Spectral Function of Lower Energy Forms and Bergman Kernel of Semi-Positive and Big Line Bundles", *Communications In Analysis And Geometry*, 22, 1-108.
- ✿ Hsiao, Chin-Yu*, Yung, Po-Lam, 2015, "Solving Kohn Laplacian on Asymptotically Flat Pseudohermitian 3-Manifolds", *Advances In Mathematics*, 251, 734-822
- ✿ Chin-Yu Hsiao, 2015, "On CR Paneitz Operators and CR Pluriharmonic Functions", *Mathematische Annalen*, 362, 903– 929.

得獎簡評：

蕭欽玉副研究員之研究專長於複幾何及其分析方法，更具體來說是介於 microlocal analysis, Cauchy-Riemann geometry 和 complex geometry 互相交匯之處。這是一個困難但是豐富的研究領域，需要用到深刻的分析手法、偏微分方程的技巧、以及幾何的洞察力。

蕭欽玉副研究員於該領域下了相當深厚的苦功，從理論基礎的建立以及分析方法的推導等從而發展成一套理論，蕭研究員都紮實的主導了整個理論的建立。所以從其論文往往上百頁可見其著力於基礎之深。而目前蕭欽玉副研究員也陸續將這些基礎應用於許多實際的幾何問題上，得到相當亮眼的成果，不僅是國內年輕學者中

的佼佼者，包含 Princeton 教授在內的該領域頂尖專家也肯定蕭欽玉為該領域領先的年輕學者。

綜言之，蕭欽玉副研究員於重要的數學領域從事基礎的耕耘，而今開花結果，不論就研究著作或是研究成果來論，均是一時之選。

得獎人簡歷：

蕭欽玉博士 2008 年於法國高等理工學院 (Ecole polytechnique) 取得博士學位，研究領域為微局部分析 (Microlocal analysis)，複幾何 (Complex Geometry) 及科西黎曼幾何 (Cauchy-Riemann Geometry)。在博士論文中，他發展出一套微局部熱方程的理論，解決了著名數學家 Lars Hormander 於 2004 年提出的猜想，也因此得到了法國高等理工學院菁英博士後獎學金，瑞典皇家頂尖獎學金及德國基楚科學研究獎學金，開啟了他從 2008 年 11 月到 2013 年 7 月在瑞典及德國的研究生涯。在這段期間，他開始利用微局部分析來處理多複變函數論，複幾何及科西黎曼幾何的問題。在科西黎曼幾何的嵌入問題，以及 3 維科西黎曼幾何的正質量問題都做出突破性的工作。蕭欽玉博士於 2013 年 8 月起到中研院數學所擔任助研究員並於 2015 年 5 月升等為長聘副研究員。蕭欽玉博士回臺至今最重要的工作就是引入帶有群作用的科西黎曼流形。在這一類的流型上，蕭欽玉博士及他的合作者作出一系列奠基性的工作，包括科西黎曼摩斯不等式，科西黎曼小平邦彥嵌入定理，科西黎曼指標定理，史瑞格核 (Szego kernel) 及熱核的漸近展開等。

得獎著作簡介：

複幾何 (Complex Geometry) 一直是純數學裡非常重要的領域，和理論物理如弦論及量子力學等都有非常密切的關聯。在複幾何裡最重要的課題之一就是在一個緊緻的複流形上，如何得到解析物件。為了得到解析物件，數學家通常會在一個緊緻的複流形 M 上考慮一個解析線叢 (holomorphic line bundle)，並尋找對應的解析截影 (holomorphic sections)。日本大數學家 Kodaira 在 50 年代證明了，一個具有正曲率的解析線叢 L (ample line bundle L)， L 的 k 次張量積之後的線叢 kL (k -th tensor power of L)，具有非常多的解析截影。從 90 年代至今，複幾何的研究牽涉到更細膩的問題；我們不僅要知道解析截影的維數，還要知道解析截影的局部密度 (柏格曼核)。當 L 的曲率為正時，田剛得到了柏格曼核的首項，Zelditch, Catlin 等人得到了柏格曼核的漸近展開。但當 L 的曲率只是半正定，如何得到柏格曼核的漸近展開一直是 90 年代以來複幾何的重要課題。在得獎著作一中，蕭欽玉博士及德國 Marinescu 教授利用 Witten 的想法，把薛丁格方程的研究引入複幾何。他們以微局部分析為工具，對複幾何上對應的薛丁格方程及 Witten Laplacian 仔細的研究，不但成功的建立當 L 的

曲率只是半正定時的柏格曼核的漸近展開，也得到許多奠基性的工作。

在科西黎曼幾何上如何建立正質量定理，一直是重要但非常困難的問題。困難的地方在於這個問題牽涉到的算子Kohn Laplacian是一個連次橢圓性都缺乏的算子(non-hypoelliptic operator)。大約 2004 年左右，中研院數學所的鄭日新教授、義大利Malchiodi教授及Princeton大學Paul Yang教授成功的寫下科西黎曼幾何上的正質量定理。但要完整的證明這個正質量定理，需要建立Kohn Laplacian在無窮遠處的解的存在性及解的正則性。這類的問題不論是在分析或幾何上從來沒有人考慮過，沒有任何文獻可供參考。蕭欽玉博士及香港中文大學楊葆霖教授從 2009 年開始試著解決這個問題。終於在 2014 年，在得獎著作二中發展出一套加權 L^2 空間的微局部及調和分析方法，成功的建立Kohn Laplacian在無窮遠處的解的存在性及解的正則性並完成科西黎曼幾何上的正質量定理。

在科西黎曼保角幾何裡一個重要問題是如何刻劃CR pluriharmonic functions。日本著名數學家Hirachi猜測所有CR pluriharmonic functions組成的空間應和CR Paneitz operator的核只差有限維空間。CR Paneitz operator是一個四階且連次橢圓性都缺乏的算子，非常難處理。在得獎著作三中，蕭欽玉博士發展出一套對CR Paneitz operator的微局部霍奇分解定理(Microlocal Hodge decomposition Theorem)，成功地解決了Hirachi的問題。

得獎感言：

感謝中研院數學所提供優越的研究環境，讓我可以專心的從事研究工作。我更要感謝我的家人對我無條件的支持、鼓勵及包容。