中央研究院2005年年輕學者研究著作獎
研究成果簡介

數　理　組

姓名：王振男

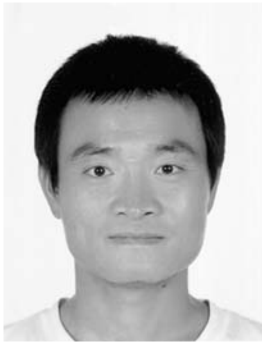
學歷：

美國華盛頓大學(University of Washington)(1997)

現職及經歷：

台灣大學數學系副教授(2002-)

成功大學數學系助理教授(1998-2002)



著作名稱：

1. G. Nakamura, G. Uhlmann, and J.-N. Wang , Reconstruction of cracks in an anisotropic elastic medium, J. Math. Pures Appl., Vol. 82 (2003), 1251-1276.

2. G. Nakamura and J.-N. Wang, Unique continuation for an elasticity system with residual stress and its applications, SIAM J. Math. Anal., Vol. 35 (2003), 304-317.

3. W.-W. Lin and J.-N. Wang, Partial pole assignment for the vibrating system with aerodynamic effect, Numer. Linear Algebra. Appl., Vol. 11 (2004), 41-58.

中文簡介：

我主要的研究方向為反問題及其相關的數學問題，所謂反問題是想由果來反求出因。反問題實際應用的例子，不勝枚舉。醫療機構所使用的電腦斷層掃描就是一個大家所熟悉的例子，但是或許大家不知道電腦斷層掃描的理論基礎是數學上的Radon轉換。在二維的情形，所謂Radon轉換是將函數轉

換成它所有的線積分值，如果你懂一些微積分，這應該是個簡單的練習題。而有趣且具挑戰性的問題是如何由函數的線積分值來反求函數本身，這就是一個典型的反問題。在電腦斷層掃描的應用中，函數代表著人體中各器官的密度分布，而此函數的線積分值由X光通過人體的衰減量來決定。其他反問題的例子，如雷達、石油或天然氣探勘、非破壞性檢測都是大家所熟悉的。

其實，許多反問題可以用偏微分方程來描述，而要研究反問題之前，對於方程本身的瞭解是相當重要的。其中一個重要的性質就是唯一延拓性的問題，簡單來說，這個問題在探討方程的解是否能被局部改變而不會影響整體的值。這個看似抽象的性質卻在反問題上有相當有趣的應用，一個實際的例子就是物體裂縫的檢測。假設我們現有一個物體（可視為彈性體），我們想要去知道這個物體內是否有裂縫及其形狀、位置。檢測的方式只能從物體的表面採取資料，這種表面的資料在數學上稱為歌西邊界值，所以這個反問題就是如何由歌西邊界值來決定裂縫的資訊。而唯一延拓的性質可以用來當成從物體邊界值到內部的一座橋樑，這使我們可以得到物體內部裂縫的資訊。我們在[1]中的工作，就是在這個架構下，利用歌西邊界值來決定一個非均勻異向性彈性體內的裂縫。

在此值得一提的是關於唯一延拓性的證明，這是一個吸引人且富挑戰性的問題。早在二十世紀初，Holmgren已經證明了非特徵歌西問題具解析係數的唯一延拓性問題。然而解析係數的限制條件是相當強的，且應用上也不方便。一直到1939年，Carleman證明了某個二階橢圓方程不具解析係數的唯一延拓性，他在這個重要的工作中，首次引進了一個影響深遠的方法－Carleman型估計。這個估計在往後所有有關唯一延拓性證明扮演著不可或缺的角色。儘管有關唯一延拓性問題的發展已經超過一世紀，但是我們對於它的瞭解仍是相當有限，尤其是對於高階純量方程或是系統方程，它們的唯一延拓性問題仍有待解決。

對於高階或是系統方法的問題，其困難在於特徵根的重數，這是相當棘手的障礙。然而對於一些二階的橢圓系統，我們還是可以克服一些困難而證明唯一延拓性。一個簡單的例子，就是同向性的彈性系統，這個系統方程我們之所以能夠處理關鍵在於它的領導項可以被對角化成Laplace算子，所以對付Laplace算子的方法可以套用到這個系統來，進而建立它的唯一延拓性。因此下一個處理的目標就是系統的領導項不能被對角化的情形，而此種情況下最簡單的例子就是帶有殘留應力的彈性系統，這個系統是不能被對角化的，然而我們可以把它的領導項簡化成下三角系統，利用兩個Carleman型估計，我們仍可以證明它的唯一延拓性，這就是我們在[2]中的主要工作。對於橢圓系統唯一延拓性的瞭解，[2]的工作只是一個起點。我們真正感興趣的是在對於一般橢圓系統，尤其是二階系統，在只有對係數平滑性的限制下，唯一延拓性是否成立？目前這一方面的問題還是沒有一個滿意的答案。

另一個我有涉獵的研究是有關控制方面

極點配置的問題，這一方面的問題在控制理論上是相當常見的。其主要的目的是想藉由反饋控制來改變系統行為，此類的問題可粗略歸納為反譜問題。這類問題的特色在於我們能夠掌握系統所對應的頻譜或是特徵值，經由這些資訊，我們希望能夠重建此系統。在[3]中我們考慮一個由航空工程所推演出來的三階矩陣多項式極點配置的問題，對於此問題，我們建立一個嚴格理論的解答。在[3]中我們使用的是狀態反饋控制，這個控制法則是比較容易處理的。一個相當具挑戰性的研究方向，就是處理高階矩陣多項式極點配置在輸出反饋控制情況下的問題。

評審簡評：

王振男副教授的研究領域是「逆問題」(Inverse problem)。既然有「逆問題」的研究，當然先有「正問題」的研究。例如，如果已知人類體內某器官中之介質的濃度時，在使用X光照射時，如果又知道在入射前X光之某物理量(如能量)，則可求出入射後之能量，這就是所謂「正問題」。如果只知道掃描前、後之能量，能否求出此介質的濃度，這就是所謂「逆問題」。

許多「逆問題」的研究都有很重要的應用，它們經常可轉換成偏微分方程的問題。在代表作(2)中，王振男考慮某物體（例如飛機機翼）有裂縫，如何根據其邊界之某些函數，找出這條裂縫？用嚴格的數學語言來說，就是重建非均勻且各向異性物体之裂隙。

代表作[1]與代表作[3]也都可應用到「逆問題」的研究，代表作[1]研究彈性系統連續延拓之唯一性，代表作[3]是解決控制系統特徵值之重新配置問題。 審查委員對於王副教授論文之創新性與重要性，皆予以高度的肯定。